

Динамика установления и тонкая структура картины обтекания препятствий в лабораторном и вычислительном эксперименте*

Ю.Д. Чашечкин¹, Я.В. Загуменный², Н.Ф. Димитриева²

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия¹
Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина²

Динамика установления и структура течений стратифицированной и однородной жидкости около полосы и клина изучены на основе фундаментальной системы уравнений механики методами лабораторного и численного моделирования. В широком диапазоне параметров визуализированы картины полей различных физических величин и их градиентов, определены собственные временные и пространственные размеры крупных (вихри, внутренние волны, след) и тонких компонентов течений. Единая система уравнений и общий алгоритм были использованы во всем диапазоне параметров задачи. Результаты расчетов согласуются с данными лабораторных опытов.

Ключевые слова: фундаментальная система, лабораторный эксперимент, высокоразрешающие вычисления, обтекание препятствий

1. Введение

Начиная с пионерских работ Даламбера и Эйлера, расчеты картин обтекания препятствий, определения действующих на тело сил и моментов занимают особое место в теоретической и экспериментальной механике жидкостей. Стойкость интереса обусловлена фундаментальностью темы, сложностью задач, разнообразием и важностью практических приложений. Особое внимание уделяется расчету течений около препятствий простой формы (плоскость, цилиндр, сфера), симметрии которых используются при упрощении определяющей системы уравнений [1].

В силу сложности анализа, традиционная система уравнений неразрывности и Навье-Стокса в приближении однородной жидкости заменяется различными модельными системами, наибольшее распространение среди которых получили теория пограничного слоя и различные теории турбулентности. Однако вследствие нетождественности преобразований, новые системы уравнений характеризуются собственными симметриями, не совпадающими с симметриями исходной системы уравнений, в основу вывода которой положены общие физические принципы [2]. Соответственно, изменяется физическое содержание величин, обозначаемых одинаковыми символами, и характер их связей, что затрудняет экспериментальную проверку полученных результатов, а также сравнение различных математических моделей между собой.

Основу методик экспериментальных и теоретических исследований течений жидкостей, проводимых в Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН составляет фундаментальная система уравнений, включающая уравнения состояния и переноса, массы, вещества, импульса и энергии неоднородных жидкостей [3].

В окружающей среде (атмосфере и гидросфере) и промышленных аппаратах плотность жидкости, как правило, не является постоянной вследствие неоднородности концентрации растворенных веществ или взвешенных частиц, температуры и давления. Под действием сил плавучести разноплотные жидкие частицы перемещаются по вертикали и формируют устойчивую стратификацию, которая характеризуется масштабом $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$, частотой $N = \sqrt{g / \Lambda}$ и периодом плавучести $T_b = 2\pi / N$. Последний составляет несколько секунд для лабораторных условий и до десятка минут в атмосфере и гидросфере Земли [4]. Приближение "однородной

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-09235).

жидкости" в таком подходе распадается на *потенциально* однородную среду, в которой вариации плотности настолько малы ($\Lambda = 10^8$ км, $N = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ и $T_b = 7.3$ дня), что ни они сами, ни последствия их действий не регистрируются существующими техническими средствами, но сохраняется исходная математическая постановка, и *актуально* однородную жидкость ($\Lambda = \infty$, $N = 0 \text{ с}^{-1}$ и $T_b = \infty$). В последнем случае фундаментальная система уравнений вырождается по части сингулярных компонентов [3].

В работе изучаются картины обтекания стратифицированным водным раствором поваренной соли двух видов двумерных (в эксперименте отношение длины к ширине около 20) препятствий – прямоугольных пластин различных размеров, и клина – объектов тщательных исследований в последнем столетии [5, 6].

2. Система уравнений, базовые масштабы, условия моделирования

Математическое моделирование задачи проводится на основе фундаментальной системы механики неоднородных несжимаемых многокомпонентных жидкостей в приближении Буссинеска с учетом диффузии стратифицирующей компоненты, при этом эффектами теплопроводности и выделения энергии пренебрегается [1, 3]

$$\rho = \rho_{00} (\exp(-z/\Lambda) + s), \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - s \cdot \mathbf{g}, \quad \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s = \kappa_S \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}.$$

Здесь s – возмущение солёности (стратифицирующего компонента), включающее коэффициент солевого сжатия, $\mathbf{v} = (v_x, 0, v_z)$ – индуцированная скорость, P – давление за вычетом гидростатического, $\kappa_S = 1.41 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$, $\nu = 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$ – коэффициенты диффузии соли и кинематической вязкости раствора, соответственно, t – время, ∇ и Δ – операторы Гамильтона и Лапласа. Малость стратификации и коэффициента диффузии соли позволяют не учитывать дивергентный член в правой части уравнения движения.

Доказанная разрешимость двумерных уравнений механики жидкостей позволяет одновременно провести расчеты и для *стратифицированных* (сильно, когда $\Lambda = 9.8$ м, $N = 1 \text{ с}^{-1}$, $T_b = 6.28$ с и слабо – $\Lambda = 24$ км, $N = 0.02 \text{ с}^{-1}$, $T_b = 5.2$ мин), и для *потенциально однородных жидкостей*, в которых вариации плотности настолько малы ($\Lambda = 10^8$ км, $N = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ и $T_b = 7.3$ дня), что не регистрируются существующими техническими средствами, но сохраняется исходная математическая постановка, а также и для *актуально однородных сред* ($\Lambda = \infty$, $N = 0 \text{ с}^{-1}$ и $T_b = \infty$). В последнем случае фундаментальная система уравнений вырождается по части сингулярных компонентов [3].

Опыты и расчеты проводятся в два этапа. Вначале в покоящуюся стратифицированную среду без возмущения вносится непроницаемое препятствие, на границах которого ставятся физически обоснованные начальные и граничные условия (прилипания, непротекания на твердых стенках, затухания всех возмущений с удалением от тела) в присоединенной системе координат.

На прерывающем молекулярный перенос стратифицирующего компонента препятствии образуется компенсационное течение, индуцированное диффузией, которое далее принимается в качестве начального условия задачи обтекания

$$\mathbf{v}|_{t \leq 0} = \mathbf{v}_1(x, z), \quad s|_{t \leq 0} = s_1(x, z), \quad P|_{t \leq 0} = P_1(x, z), \quad v_x|_{\Sigma} = v_z|_{\Sigma} = 0, \quad (2)$$

$$\left[\frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Sigma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U, \quad v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0,$$

где U – скорость равномерного набегающего потока на бесконечности, \mathbf{n} – внешняя нормаль к поверхности препятствия Σ (здесь – пластины или клина длиной L и высотой h или $2h$).

Система уравнений и граничные условия (1) – (2) характеризуется набором параметров, имеющих размерность длины (Λ, L, h) и времени ($T_b, T_U^L = L/U$), а также содержит диссипативные коэффициенты.

Большие динамические масштабы – длина внутренней волны $\lambda = UT_b$ и вязкий волновой размер $\Lambda_v = \sqrt[3]{gv}/N = \sqrt[3]{\Lambda(\delta_N^v)^2}$ отражают структуру поля присоединенных волн [3, 4].

Тонкую структуру течения характеризуют универсальные микромаштабы $\delta_N^v = \sqrt{v/N}$, $\delta_N^{KS} = \sqrt{\kappa_S/N}$, задаваемые диссипативными коэффициентами и частотой плавучести (аналоги масштаба Стокса на осциллирующей поверхности $\delta_\omega^v = \sqrt{v/\omega}$ [1]). Еще одна пара – масштабы Прандтля и Пекле – определяются диссипативными коэффициентами и скоростью тела $\delta_U^v = v/U$ и $\delta_U^{KS} = \kappa_S/U$.

Отношения собственных масштабов задачи задают как характерные безразмерные комбинации: числа Рейнольдса $Re_U = UL/v = L/\delta_U^v \gg 1$, внутреннего Фруда $Fr = U/NL$, Пекле $Pe_U = L/\delta_U^{KS} \gg Re_U$, коэффициент остроты $\xi_p = L/h$ или наполненности формы $\xi_S = S/Lh$, где S – площадь поперечного сечения препятствия, так и специфические для стратифицированных течений. В число дополнительных безразмерных отношений входит шкала масштабов $C = \Lambda/L$ – отношением масштаба плавучести Λ к размеру препятствия L , аналог обратного числа Атвуда $At^{-1} = (\rho_1 + \rho_2)/(\rho_1 - \rho_2)$ для непрерывно стратифицированных сред.

Большие масштабы задают размеры областей наблюдения и расчета, которые должны содержать изучаемые структурные элементы – опережающие возмущения, след, волны, вихри, а микромаштабы определяют размер ячейки и шага по времени. При малых скоростях пластины U критическими являются микромаштабы шкалы Стокса, при больших – Прандтля.

2. Лабораторное моделирование обтекания полосы

Опыты выполнены на стендах Лабораторный передвижной бассейн (ЛПБ) и Экспериментальный стенд моделирования поверхностных проявлений подводных процессов (ЭСП) Уникальной исследовательской установки "Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (УИУ "ГФК ИПМех РАН")", в состав которых входят прозрачные бассейны с вставками из оптического стекла, позволяющими использовать для наблюдений высокоразрешающие оптические инструменты – теневые приборы ИАБ-451 и ИАБ-458 [7]. Модели крепились на прозрачных ножах к буксировочной каретке, которая перемещалась по направляющим, установленным над бассейном. Перед началом эксперимента проводился контроль распределения частоты плавучести. Следующий опыт проводился после затухания всех возмущений, которые регистрировались контактными и оптическими инструментами.

Масштабы изучаемых явлений ограничиваются размером поля зрения теневого прибора (в данных опытах диаметр 23 см), пространственное разрешение – оптическими характеристиками собственно прибора и регистрирующей аппаратуры, качество которой непрерывно увеличивается по мере развития вычислительной техники, и в данных опытах не превышало 0.05 см.

Технические возможности стендов ЛПБ и ЭСП позволяют визуализировать как основные крупномасштабные компоненты – опережающее возмущение, спутный след, вихри, внутренние волны, так и тонкую структуру течений около препятствий – высокоградиентные прослойки и волокна и в сильно- и в слабостратифицированных жидкостях.

Формы фазовых поверхностей опережающих и присоединенных внутренних волн на Рис. 1 удовлетворительно описываются существующими аналитико-численными моделями, учитывающими геометрию препятствия [4, 6].

Геометрия высокоградиентных прослоек, образующих тонкую структуру среды, весьма разнообразна и зависит от формы и скорости тела, параметров стратификации. При малых скоростях плоские прослойки оконтуривают плотностной след, причем с препятствием они контактируют не на полюсах, а во внутренних точках в донной области (Рис. 1, *а*).

С увеличением скорости оболочки следа распадаются на волокна, сосуществующие с внутренними волнами в центральной части следа (Рис. 1, *б*). С дальнейшим увеличением скорости тела форма волокон меняется и отражает форму фазовых поверхностей поля внутренних волн за широким препятствием, порождающим волны большой амплитуды (Рис. 1, *в*).

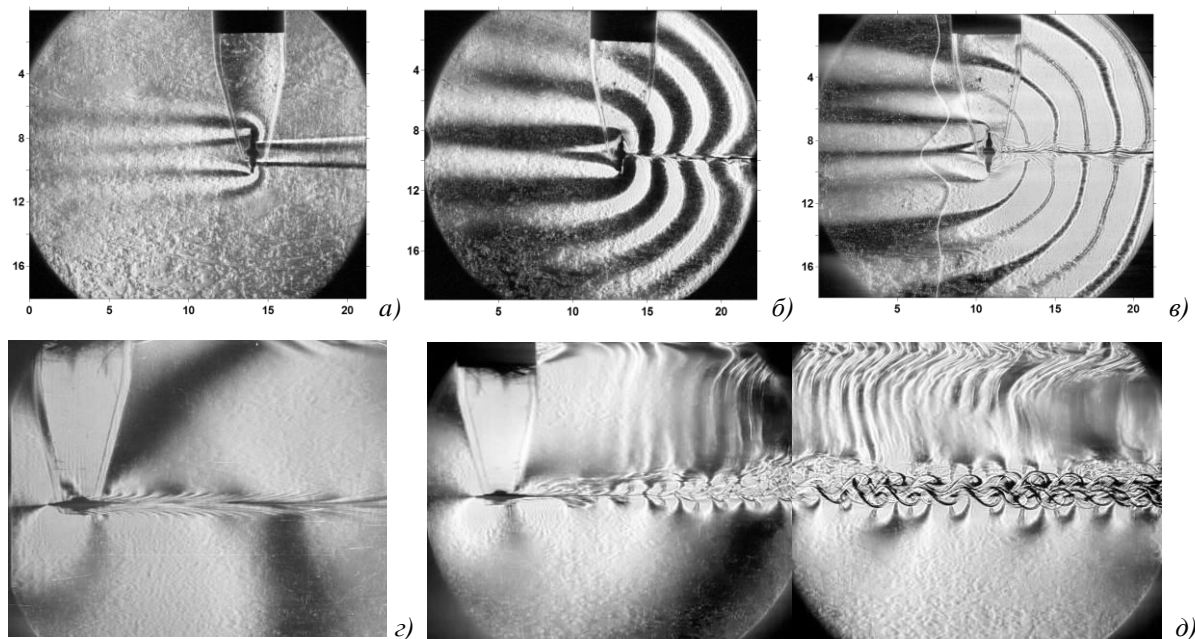


Рис. 1. Теневая картина течения вокруг пластины: *а – в*) – расположенной вертикально, $U = 0.03; 0.18; 0.29$ см/с ($h = 2.5$ см, $T_b = 12.5$ с); *г, д*) – горизонтально, $U = 2.3$ см/с ($L = 2.5$ см, $T_b = 7.5$ с).

Другой тип тонкой структуры наблюдается в следе за тонкой горизонтальной полосой. Здесь выражены короткие волокна, формирующие поперечную полосчатую структуру (Рис. 1, *з*). С увеличением скорости волокна удлиняются и заполняют компактные вихри спутного следа, каждый из которых оконтурен собственной высокоградиентной оболочкой. При дальнейшем увеличении скорости вся картина течения становится вихревой (Рис. 1, *д*) и требует для своего разрешения все более точных приборов и скоростных регистраторов.

3. Методика численного моделирования обтекания препятствий

Численное решение системы уравнений (1) с граничными условиями (2) проводилось на базе пакета OpenFOAM, открытость исходного кода которого позволила построить собственный решатель stratifiedFoam, численно реализующий математическую модель с использованием метода конечных объемов. Пакет, изначально разработанный для численного расчета трехмерных задач механики жидкостей, позволяет эффективно моделировать задачи в двумерной постановке, что технически осуществляется путем размещения одной расчетной ячейки в третьем измерении и задания «пустых» граничных условий на боковых гранях расчетной области.

Для учета эффектов стратификации и диффузии стандартный решатель isoFoam, реализующий нестационарные уравнения Навье-Стокса для однородной жидкости, был дополнен новыми переменными (плотность ρ и возмущение солёности s) и соответствующими уравнениями для их расчета, а также новыми вспомогательными параметрами (частотой и масштабом плавучести N, Λ , коэффициентом диффузии κ_s , ускорением свободного падения g и др.). В уравнение Навье-Стокса для вертикальной компоненты скорости добавлены члены, учиты-

вающие наличие стратифицирующей примеси, а в уравнение диффузии для возмущения солености – дополнительные слагаемые, определяющие фоновую стратификацию [8].

Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD-схема с ограничителем, которая вносит минимальную численную диффузию и обеспечивает устойчивость решения. На ортогональных участках сетки нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, находились из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках использовалась итерационная процедура коррекции погрешности, вызванной неортогональностью сетки. Для дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад, которая обеспечивает хорошее разрешение физического процесса во времени.

Дискретизация расчетной области (построение сетки) производилась в открытой интегрируемой платформе SALOME, которая позволяет создавать и редактировать, импортировать и экспортировать CAD (Computer-Aided Design) модели, строить для них сетки с помощью различных алгоритмов, связывать физические параметры и геометрию рассматриваемой задачи. В подготовке расчетной сетки также участвовали утилиты blockMesh, topoSet и refineMesh пакета OpenFOAM. Основной класс polyMesh строится с использованием минимального объема информации, необходимой для определения элементов и параметров разбиения (вершин, ребер, блоков, внешних границ). Известно несколько типов расчетных сеток: структурированные и неструктурированные, ортогональные и неортогональные, согласованные и несогласованные с границей области. Каждый тип имеет свои достоинства и недостатки и в значительной степени обуславливает успех построения решения. Метод построения выбирается индивидуально для каждой задачи исходя из значений собственных масштабов и сложности геометрической области.

Неструктурированные сетки, состоящие обычно из треугольников (в двумерном случае) и из тетраэдров (в трехмерном), применимы для областей с произвольной геометрией без ограничений на форму и количество границ расчетной области. Возможность высокой степени автоматизации позволяет существенно сократить временные затраты на построение сеток. Но основной недостаток — нерегулярная структура данных, требует сложных методов численного решения задач математической физики на таких сетках. Использование неструктурированных сеток также усложняет численный алгоритм и нуждается в дополнительной памяти для хранения информации о связях ячеек сетки. К тому же увеличение числа тетраэдральных ячеек по сравнению с числом шестигранных повышает требования к вычислительным ресурсам.

Наиболее эффективными считаются структурированные сетки, согласованные с границами области решения. Они позволяют реализовать вычислительные алгоритмы высокого порядка точности, а также уменьшить продолжительность расчета и необходимый объем оперативной памяти. За счет создания криволинейных сеток можно добиться совпадения сеточных линий с границами области определения функций и тем самым упростить запись граничных условий. Однако, вследствие преобразования координат, в уравнениях, как правило, появляются дополнительные члены. В то же время процедура построения регулярной сетки требует определенных навыков, больших затрат труда и вычислительных ресурсов и применяется только для простых геометрий расчетной области.

При отсутствии возможности нанесения единой сетки на всю расчетную область производится ее разделение на блоки. Сложность реализации такого подхода состоит в выполнении процедуры сшивки решений, полученных в различных подобластях. Тем не менее, метод построения блочно-структурированной расчетной сетки предоставляет широкие возможности для использования эффективных численных методов внутри блоков, в каждом из которых генерируется отдельная сетка регулярной структуры.

Область решения рассматриваемых задач представляет собой прямоугольник, в центральной части которого расположено препятствие (на Рис. 2 – горизонтальный клин длиной $L = 10$ см с высотой основания $h = 2$ см). Расчетная область задачи разделена на семь блоков.

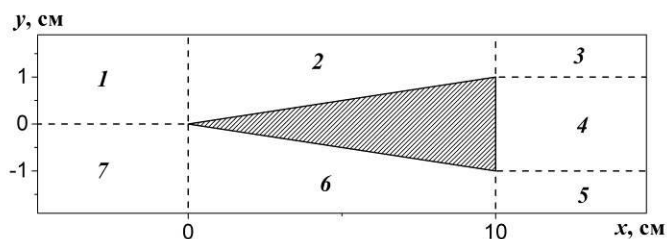


Рис. 2. Схема разбиения расчетной области на блоки.

Процедура построения дискретного аналога была параметризирована, что позволило существенно сократить время перестройки сетки при изменении области решения задачи. Геометрия расчетной области позволили построить блочно-структурированную гексаэдральную расчетную сетку с совмещением линий на границах блоков. Тестовые расчеты с различным измельчением расчетной сетки подтвердили необходимость разрешения наименьших микромасштабов задачи. Решение становится неустойчивым на грубой сетке с общим числом ячеек $5 \cdot 10^5$ при размере ячейки в окрестности контрольной точки 0.015 см. Таким образом, для решения даже плоских задач течений непрерывно стратифицированных жидкостей около непроницаемых препятствий требуются высокопроизводительные суперкомпьютерные системы.

Алгоритм разбиения расчетной области предполагает сгущение ячеек в направлении препятствия (Рис. 3а). Вблизи обтекаемого тела соотношение размеров гексаэдров приблизительно равняется единице, что положительно влияет на сходимость решения. Недостаток такого подхода – измельчение сетки в одной расчетной подобласти требует построения мелких сеток в других подобластях, что влечет за собой излишнюю трату вычислительных ресурсов.

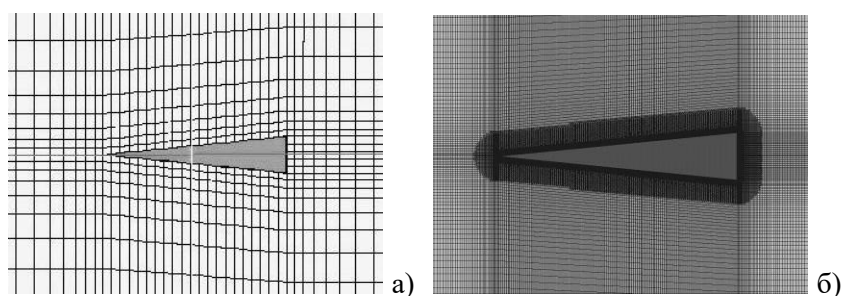


Рис. 3. Схема разбиения расчетной области: а) – с линейным сгущением сетки; б) – с дополнительным локальным разбиением.

С целью улучшения качества дискретизации расчетной области дополнительно использовались утилиты `topoSet` и `refineMesh`, позволяющие на основе геометрических или параметрических признаков выделять интересующие подобласти расчетной сетки и локально измельчать их в соответствии с заданными масштабами и выбранными направлениями (Рис. 3б). Минимальный размер ячейки $2.5 \cdot 10^{-3}$ см вблизи непроницаемых границ удовлетворительно разрешает диффузионный микромасштаб δ_N^{KS} при относительно небольшом общем числе ячеек сетки порядка 10^6 .

Вместе с тем измельчение пространственного разбиения расчетной области даже на небольшом участке требует соответственного уменьшения шага по времени, что увеличивает продолжительность счета. Существенным недостатком дополнительного локального разбиения является резкое изменение размера сеточных ячеек на границе подобластей, что может отразиться на результатах вычислений. Проверка применяемой расчетной сетки утилитой `checkMesh` показала ее соответствие набору ограничений, связанных с топологией внешних границ и геометрическими характеристиками ячеек (соотношением размеров, закрученностью, неортогональностью).

Дискретизация граничных условий (2) осуществлялась с помощью стандартных и расширенных утилит пакета `OpenFOAM`. Граничное условие возмущения солености было реализовано с помощью расширенной утилиты `funkySetBoundaryField`. В файле `funkySetBoundaryDict`,

расположенном в папке system, содержалось выражение переменной для указанной поверхности. Задание «пустых» граничных условий на передней и задней гранях расчетной области включало расчет плоской задачи в третьем измерении.

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений применялись итерационные методы сопряженных градиентов с предобуславливанием PCG для симметричных матриц, а для асимметричных матриц — метод бисопряженных градиентов с предобуславливанием PBiCG. В качестве предобуславливателя для симметричных матриц была выбрана процедура DIC, базирующаяся на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого. Для асимметричных матриц, соответственно, запускался предобуславливатель DILU, основанный на упрощенной неполной LU факторизации.

Для связанного расчета полей скорости и давления использовался устойчивый, хорошо сходящийся алгоритм PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators), который показал высокую эффективность в нестационарных задачах.

Декомпозиция расчетной области осуществлялась простым методом разбиения по заданным направлениям на блоки с равным количеством расчетных ячеек. Такой подход допускает наличие высокой пространственной дискретизации расчетной области и проведение более широкого параметрического анализа задач.

Однако даже при таком пространственном разрешении проведение вычислений на персональных компьютерах оказывается нерациональным, поэтому расчеты поставленной задачи выполнялись в параллельном режиме на базе вычислительных ресурсов суперкомпьютерного комплекса НИВЦ МГУ и технологической платформы UniHUB, предоставляющей прямой доступ на вычислительный сегмент кластера МСЦ РАН.

Критерием прекращения вычислений служил выход рассчитываемых интегральных динамических характеристик течений или их статистических оценок на установившийся временной режим. Пространственные размеры ячеек расчетной сетки выбирались из условия адекватного разрешения тонкоструктурных элементов течения, связанных с эффектами стратификации и диффузии, что накладывает существенные ограничения на минимальный шаг по пространству: в высокоградиентных областях течения на минимальном линейном масштабе задачи должны умещаться, по крайней мере, несколько расчетных ячеек. Временной шаг вычислений Δt определялся из условия Куранта: $Co = |\mathbf{v}| \Delta t / \Delta r \leq 1$, где Δr – максимальный размер ячейки расчетной сетки.

4. Расчеты течений.

4.1. Структура течения, индуцированного диффузией на неподвижной пластине

В отличие от стационарного решения Прандтля [10], теряющего регулярность около горизонтальной поверхности, полное решение системы уравнений (1) остается конечным при любых углах наклона поверхности.



Рис. 4. Расчет и теневая визуализация течения, индуцированного диффузией, на препятствии с горизонтальными границами: а) – картина линий тока на полосе; б, в) – расчет и теневая визуализация поля градиента плотности около горизонтального диска в лабораторном бассейне.

Рассчитанная картина течения, индуцированного диффузией на горизонтальной пластине, моделирующей центральное сечение непроницаемого препятствия произвольной формы (рис. 4, а), состоит из многоуровневой последовательности симметрично расположенных горизонтальных вихревых ячеек [9].

Однородность картины линий тока свидетельствует о неизменности профиля скорости вдоль большей части длины пластины за исключением узких переходных областей в окрестности ее кромок. Скорость и завихренность течения резко убывают с удалением от поверхности пластины. Даже малое отклонение пластины от горизонтального положения приводит к нарушению симметрии течения и формированию новых циркуляционных систем, включая восходящее и нисходящее струйные течения вдоль, соответственно, верхней и нижней сторон пластины и систему компенсационных циркуляционных ячеек [9]. Рассчитанные и наблюдаемые картины поля градиента плотности на пластине и на диске хорошо согласуются (Рис. 4, б и в).

4.2. Индуцированное диффузией течение на клине

Непроницаемое препятствие, погруженное в неподвижную устойчиво стратифицированную жидкость, формирует сложную систему течений, включающую тонкие главные струи вдоль наклонных сторон с примыкающими компенсационными противотечениями [11]. С удалением от препятствия ширина слоев увеличивается, а максимальная скорость падает. Многомасштабную структуру течения иллюстрирует поле горизонтальной компоненты градиента возмущения солёности (рис. 5). Положительные значения визуализируемой величины обозначены светло-серым в черно-белом изображении, отрицательные – темно-серым. Между изолиниями одинаковые изменения значения. Максимальное отклонение кругового контура клина от хорды D_R определяется положением центра производящей окружности и ее радиусом и составляет в собственной системе координат $D_R = -0,1([-7,6;126,7], 126,9)$; $0,1([17,6; -7,6;126,7], 125,7)$; $0,3([9,2;41,4]; 43,2)$; $1,4([5,8;126,7]; 10,0)$ см.

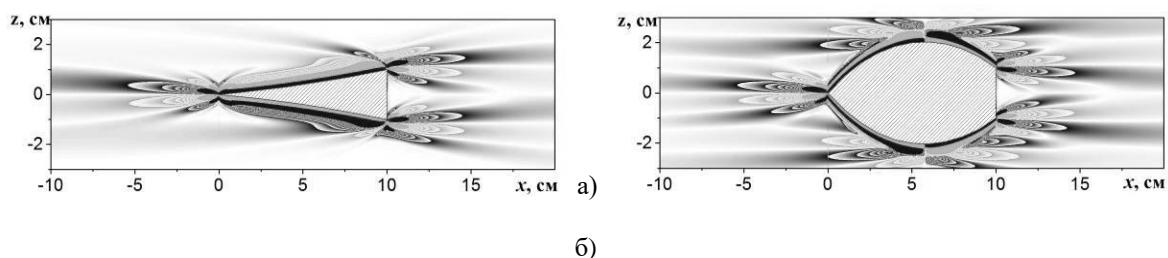


Рис. 5. Поле продольной компоненты градиента возмущения солёности $\partial s/\partial x$ на клине с искривленными гранями ($L=10$ см, $h=2$ см, $T_b=6.28$ с, $\tau=16$): а, б) – $\Delta_R = -0,1; 1,4$ см.

Около угловых точек клина формируются дополнительные тонкоструктурные компоненты – диссипативно-гравитационные волны, в которых максимумы продольной компоненты градиента возмущения солёности достигали $|\partial s/\partial x|_{\max} = 4 \cdot 10^{-2}$ (возмущения солёности s имели порядок 10^{-5}).

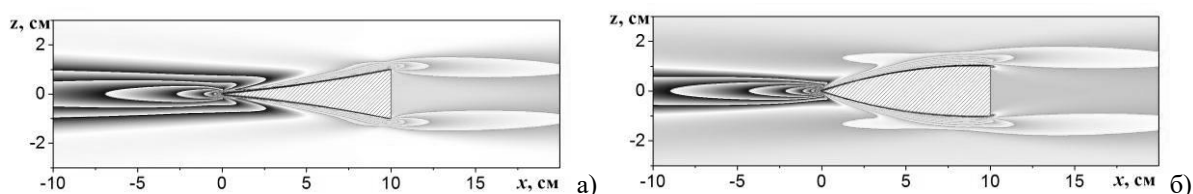


Рис. 6. Поля возмущений давления ($L=10$ см, $h=2$ см, $T_b=6.28$ с, $\tau=16$): а, б) – $\Delta_R = -0,1; 0,3$ см.

Структура поля горизонтальной компоненты градиента возмущения солёности существенно зависит от знака кривизны боковой поверхности: чем острее вершины у основания клина, тем ярче выражены визуализируемые пучки знакопеременных полос (рис. 5, а). В то же время максимальные значения $|\partial s/\partial x|_{\max}$ слабо зависят от кривизны граней клина. Для выпуклого клина (рис. 5, б), у которого угол между основанием и боковой гранью приближается к 90° , пу-

чок тонкоструктурных элементов расплывается. В картине поля возмущений давления выражен дефицит перед острием, степень выраженности и высота которого зависит от кривизны грани клина (Рис. 5, а, б). Именно данная разность давлений вызывает самодвижение свободного клина нейтральной плавучести.

Начальная структура среды, сформированная индуцированным диффузией течением, радикально меняется с началом вынужденного движения с самыми малыми скоростями, сравнимыми с диффузионными. В толще непрерывно стратифицированной жидкости начинают формироваться опережающие возмущения, розетки нестационарных внутренних волн и протяженные поля присоединенных внутренних волн, а также протяженный след за экстремальными точками. Число наблюдаемых присоединенных волн, не проникающих в спутный след позади тела, растет со временем.

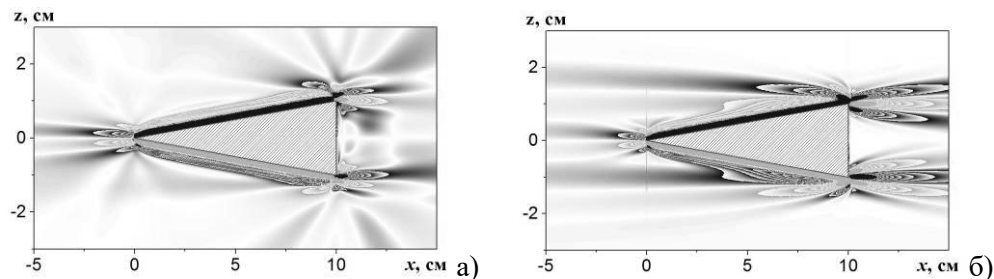


Рис. 7. Эволюция поля горизонтальной компоненты градиента возмущения солености при начале движения прямого клина ($L=10$ см, $h=2$ см, $T_b=6.28$ с, $U=0,001$ см/с): а, б) $t = t/T_b = 2; 50$.

Рассчитанные картины обтекания клина по своей структуре согласуются с экспериментальными картинками визуализации (“цветной теневой метод” с горизонтальной щелью и решеткой) распределения градиента коэффициента преломления в лабораторном бассейне для тел с другими геометрическими формами [9].

4.3. Обтекание прямоугольной полосы

Фундаментальная система уравнений позволяет рассчитывать картину обтекания препятствий, определять действующие силы с высокой степенью точности в широком диапазоне параметров без привлечения дополнительных гипотез и констант. При изучении медленных (по сравнению со скоростью звука) течений жидкости, характеризующейся высокой теплоемкостью, в расчетах можно учитывать только вариации плотности и концентрации стратифицирующего компонента, что позволяет проследить последовательную перестройку течения, связанную с «включением» новых элементов: внутренних волн при начале движения, нестационарных вихрей в следе или катящихся вдоль препятствия (рис. 8).

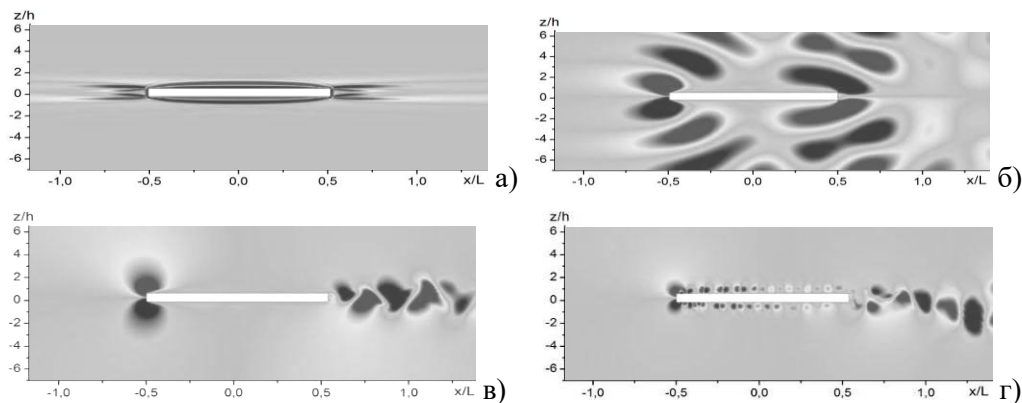


Рис. 8. Поле вертикальной компоненты скорости около пластины ($N=1.2$ с⁻¹, $L=10$ см, $h=0.5$ см): а – индуцированное диффузией течение $U=0$; б – в) $U=1.0, 5.0, 80$ см/с, $Re=1000, 5000, 80000$; $Fr=U/NL_x=0.1, 0.5, 6.7$; $\lambda=UT_b=5.2, 26, 418$ см.

Во всех режимах течение характеризуется сложной внутренней структурой, в которой вначале выражены диссипативно-гравитационные волны у кромок полосы (Рис. 8, *а*), затем группа присоединенных волн с длиной $\lambda = UT_b = 5.2$ см, которые образуются в противофазе у кромок тела (Рис. 8, *б*). Далее основным компонентом течения становятся вихри, которые начинают формироваться около передней кромки и становятся выраженными в следе (Рис. 8, *в*). С увеличением скорости вся картина течения становится все более нестационарной (Рис. 8, *г*).

Картины других полей имеют более тонко выраженную структуру. Поперечные размеры элементов, которые определяются значениями кинетических коэффициентов, в данной постановке минимальны в поле градиента плотности. Для сравнения на Рис. 9 приведены картины компонент градиентов давления и плотности для сильно стратифицированной и потенциально однородной жидкостей. Поле градиента давления в целом плавное, однако, вблизи передней кромки наблюдаются большие вариации, обусловленные одновременностью порождения и крупных (внутренние волны, вихри), и тонких компонент течения (Рис. 9, *а, б*).

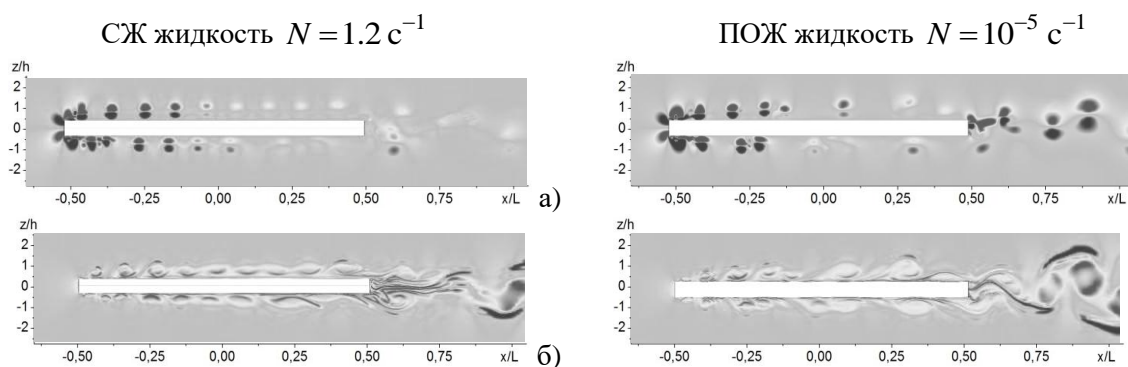


Рис. 9. Мгновенные картины полей около пластины ($L = 10$ см, $h = 0.5$ см, $U = 80$ см/с) в стратифицированной (левый столбец $N = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $\text{Fr} = 6.7$) и потенциально однородной жидкости (правый столбец $N = 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, $\text{Fr} = 8 \cdot 10^5$): *а, б* – вертикальные компоненты градиентов давления и плотности.

В силу различия собственных пространственно-временных масштабов компонентов течения здесь общее неоднородное распределение сил, действующих на тело (сжатия на лобовой и растяжения на начальном участке боковой поверхности), дополнено большой переменной составляющей. Далее в потоке выражены области дефицита давления (растяжения крыла), связанные с прохождением центров больших вихрей – основные источники осцилляций поверхности, приводящих к развитию таких опасных явлений как бафтинг и флаттер. Различие в тонких деталях полей градиента давления в следе за телом обусловлено влиянием сил плавучести, подавляющих перенос в вертикальном направлении (Рис. 9, *а*), и влиянием тонких компонент.

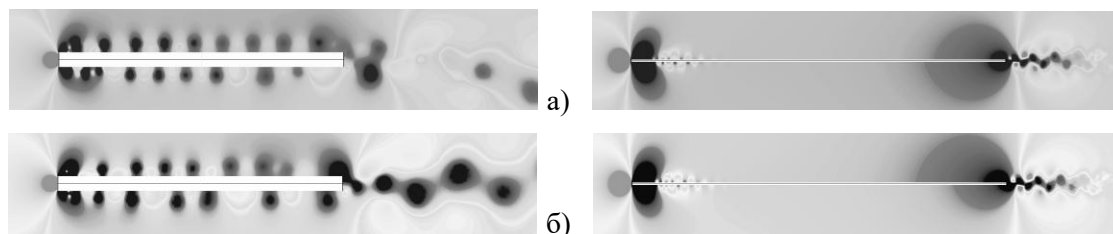


Рис. 10. Картины поля давления около горизонтальной толстой ($h = 0.5$ см, слева) и тонкой ($h = 0.05$ см, справа) пластины ($L = 10$ см, $U = 80$ см/с, $\text{Fr} = 80000$) в однородном потоке: *а, б* – $N = 1.2 \text{ c}^{-1}$ и $N = 0$.

Именно в окрестности передней кромки происходит основная генерация завихренности $\mathbf{\Omega} = \text{rot } \mathbf{v}$ как вследствие перестройки общего поля скорости, так и влияния бароклинических эффектов. Темп бароклинической генерации завихренности $d\mathbf{\Omega} / dt = \nabla P \times \nabla(1/\rho)$ определяется неколлинеарностью векторов градиентов давления ∇P и плотности $\nabla \rho$ по теореме Бьеркнеса. Вторая область генерации вихрей – конвергентное течение у задней кромки. Геометрия полей

градиентов плотности усложняется по мере развития слоистой структуры течения с удалением от передней кромки (Рис. 9, б). В слабо стратифицированной среде размах осцилляций размеров вихрей в следе нарастает по мере удаления от задней кромки в отсутствие стабилизирующих сил плавучести.

Распределение возмущений давления показывает сильную зависимость от поперечных размеров препятствия – в следе за толстой пластиной выражены крупные вихри (Рис. 10, левая колонка), за тонкой – полосчатые структуры, аналогичные наблюдаемым в эксперименте (рис. 1). Более полно картины течения вокруг пластины с хвостовиком представлены в [4, 12].

5. Заключение

На основе программ с открытыми кодами впервые построено полное решение двумерной системы уравнений механики несжимаемых стратифицированных (сильно и слабо) и однородных (потенциально и актуально) жидкостей, позволяющая в единой постановке анализировать динамику и тонкую структуру картины обтекания препятствий.

Проанализированы картины нестационарных полей течений, определены механизмы формирования вихрей в областях больших градиентов давления и плотности в окрестности кромок препятствия. Результаты расчетов качественно согласуются с данными лабораторных опытов.

Обтекание препятствий – сложный многомасштабный и нестационарный физический процесс, требующий дополнительного детального экспериментального и теоретического изучения с учетом эффектов диффузии, теплопроводности и сжимаемости среды с контролем критериев наблюдаемости физических параметров и разрешимости всех компонентов течений.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Байдулов В.Г., Чашечкин Ю.Д. Инвариантные свойства систем уравнений механики неоднородных жидкостей // Прикладная математика и механика. 2011. Т. 75, № 4. С. 551-562.
3. Chashechkin Yu. D. Differential fluid mechanics – harmonization of analytical, numerical and laboratory models of flows. // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures.. Springer Series “Computational Methods in Applied Sciences” V. 40. 2016, 328 p. P. 61-91.
4. Загуменный Я.В., Чашечкин Ю.Д. Нестационарная вихревая картина обтекания пластины с нулевым углом атаки (двумерная задача) // Механика жидкости и газа. 2016, № 3. С. 48–65.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
6. Бардаков Р.Н., Миткин В.В., Чашечкин Ю.Д. Тонкая структура стратифицированного течения около пластины // Журнал ПМТФ. 2007. Т. 48. № 6. С. 77-91.
7. Чашечкин Ю.Д. Структура и динамика природных течений: теоретическое и лабораторное моделирование // Актуальные проблемы механики. 50 лет Институту проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. 2015, С. 63-78.
8. Димитриева Н.Ф., Загуменный Я.В. Численное моделирование стратифицированных течений с использованием OpenFOAM // Труды Института системного программирования РАН. 2014. Т. 26, № 5. С. 187-200.
9. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D. Diffusion induced flow on a strip: theoretical, numerical and laboratory modeling // Procedia IUTAM. 2013. V. 8. P. 256 – 266.
10. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 520 с.
11. Димитриева Н.Ф., Чашечкин Ю.Д. Численное моделирование динамики и структуры, индуцированного диффузией течения на клине // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8, № 1. С. 102-110.

12. Чашечкин Ю.Д., Загуменный Я.В. Гидродинамика горизонтальной полосы // Проблемы эволюции открытых систем. 2015. Выпуск 17. Том. 2. С. 25 -50.

The dynamics of formation and fine structure of the flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment*

Yu.D. Chashechkin¹, Ya.V. Zagumennyi², N.F. Dimitrieva²

A.Yu. Ishlinskiy Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Moscow, Russia¹

Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kiev, Ukraina²

Formation and structure of stratified and homogeneous fluid flows dynamics around a plate and a wedge are studied on basis of the fundamental equations set using methods of laboratory and numerical modeling. Fields of various physical variables and their gradients are visualized in a wide range of the problem parameters. Eigen temporal and spatial scales of large (vortices, internal waves, wake) and fine flow components are defined. A single system of equations and a general numerical algorithm are used for the whole range of the parameters under consideration. The calculation results are in a good agreement with the data of laboratory experiments.

Keywords: fundamental system, laboratory experiment, high-resolution computation, flow around obstacles

References

1. Landau L. D., Lifshitz E. M. Fluid Mechanics. V.6. Course of theoretical physics. Oxford: Pergamon Press. 1987. 731 p.
2. Baidulov V.G., Chashechkin Yu.D. Invariant properties of systems of equations of the mechanics of inhomogeneous fluids // J. Applied Math. Mechanics. 2011. V. 75, Is. 4. P. 390–397.
3. Chashechkin Yu. D. Differential fluid mechanics – harmonization of analytical, numerical and laboratory models of flows. // Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures. Springer Series “Computational Methods in Applied Sciences” V. 40. 2016. 328 p. P. 61-91.
4. Zagumennyi Ya. V., Chashechkin Yu. D. Pattern of unsteady vortex flow around plate under a zero angle of attack (two-dimensional problem) // Fluid Dynamics, 2016, Vol. 51, No. 3. P. 53–70.
5. Schlichting H. Boundary-layer theory. New York: McGraw-Hill, 1955. 535 p.
6. Bardakov R. N., Mitkin V. V., Chashechkin Yu. D. Fine structure of a stratified flow near a flat-plate surface // J. Appl. Mech. Techn. Phys. 2007. V. 48, No. 6. P. 840–851.
7. Chashechkin Yu. D. Structure and dynamics of flows in the environment: theoretical and laboratory modeling // Actual problems of mechanics. 50 years of the A.Y. Ishlinskiy Institute for Problems in Mechanics of the RAS. 2015., P. 63-78. (in Russian).
8. Dimitrieva N.F., Zagumennyi Ya.V. Numerical simulation of stratified flows using OpenFOAM package // Proceedings of the Institute for System Programming RAS, 2014, vol. 26, no. 5, pp. 187-200.
9. Zagumennyi Ia. V., Chashechkin Yu. D. Diffusion induced flow on a strip: theoretical, numerical and laboratory modeling // Procedia IUTAM. 2013. V. 8. P. 256 – 266.
10. Prandtl L. Führer durch die Strömungslehre. Braunschweig: Vieweg. 1942. 638 p.
11. Dimitrieva N.F. and Chashechkin Yu.D. Numerical simulation of the dynamics and structure of a diffusion-driven flow on a wedge // Computational continuum mechanics. 2015. V. 8, № 1. P. 102-110.
12. Chashechkin J.D., Zagumennyi Ia.V. Hydrodynamics of horizontal stripe // Problems of evolution of open systems (The Republic of Kazakhstan). 2015. Is.18, V. 2. P. 25 - 50.