

## Параллельный алгоритм максимизации сетевого псевдопотока для решения задачи поиска предельных границ карьеров \*

П.В. Васильев<sup>1</sup>, В.М. Михелев<sup>1</sup>, Д.В. Петров<sup>1</sup>

Белгородский государственный национальный исследовательский университет

Анализ современных методов оптимизации границ карьеров по добыче руд [1] и их сопоставление по вычислительной сложности показывает, что для поиска наиболее выгодных с экономической точки зрения оболочек карьеров наиболее эффективными являются алгоритмы теории графов и, в частности, алгоритмы, основанные на нахождении максимальных потоков в ориентированном графе блочной модели месторождения. Ряд алгоритмов орграфов и их обработка приведены, в частности, в [2].

Как отмечается в работе [3] нормализованные деревья алгоритма Лерча Гроссмана (LG) были адаптированы к более общей модели сетевого потока на основе концепции псевдопотока, по аналогии с предпотоками (preflow). Сетевой псевдопоток удовлетворяет ограничениям пропускной способности, но в нём могут нарушаться условия баланса потока с созданием дефицита или избытка в узлах. Предпоток удовлетворяет ограничениям пропускной способности, но в нём может нарушаться баланс потока лишь путём создания избытка в узлах. Алгоритм псевдопотока решает задачу нахождения максимального потока в обобщенных сетях и работает с псевдопотоками вместо масс.

Связь между алгоритмом псевдопотока и алгоритмом предпотока (переразметки, push-relabel) более очевидна, чем между алгоритмом LG и алгоритмом предпотока. Методы LG и псевдопотока имеют дело с множеством узлов (ветвей), способных аккумулировать либо избыток, либо дефицит. В подходе на основе псевдопотока, массы  $M_g$ , поддерживаемые корневым узлом  $g_0$  сильного дерева, трактуются как некий псевдопоток и выталкиваются в слабый корень  $g_s$ , а затем к фиктивному корневному узлу  $x_0$  (одновременно являющемуся как источником, так и стоком). Алгоритм выталкивания с переразметкой работает с предпотоками (preflows). Алгоритм переразметки работает скорее с самими узлами, а не с множествами узлов, и избыток в некотором узле выдавливается в находящиеся ближе к стоку узлы в соответствии со значениями дистанционных меток, переразметка обновляет значения меток.

Алгоритм псевдопотока предоставляет несколько способов обработки вершин типа «слабый-над-сильным». Лучшими из этих методов являются варианты с нижней и верхней метками [5]. Методы нижней и верхней меток работают с концепцией дистанционной метки. Для некоторого узла дистанционная метка представляет собой неубывающую функцию и на этом уровне она является неубывающей в составе любого сгенерированного дерева. В статье [5] доказывается, что дистанционная метка есть неубывающая функция на заданном уровне дерева и для слабого узла  $v$  она является некоторой нижней границей уровня ( $v$ ). Функция дистанционной метки аналогична дистанционным меткам, введенным Голдбергом и меткам, используемым в методах сетевого потока, таких как метод переразметки [2]. Так, метод Голдберга-Тарьяна дает оценку сложности для максимального потока  $O(nm \log(n^2/m))$ . В методе же псевдопотока при первоначальной нормализации вложенного остовного дерева  $T_v$ , всем сильным узлам блоков присваивается метка 2, а всем слабым узлам присваивается метка 1. Для эффективного управления сильными ветвями создается и поддерживается приоритетная очередь с индексом. Счетчик отслеживает количество сильных корневых узлов и индексированный список, указывающий на первый сильный корневой узел, для которых вводятся метки (первоначально все имеют индекс 0).

В рамках работы было выполнено оптимизация алгоритма с целью получения максимальной выгоды от работы многоядерных систем. Для распараллеливания в программной системе

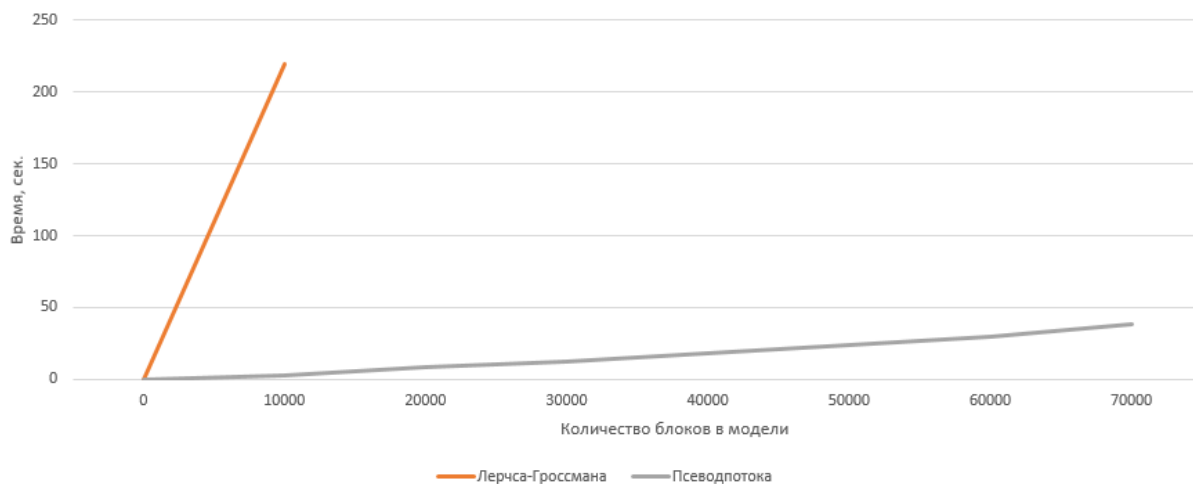
---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-47-03029\_p\_центр\_a и № 16-07-00399\_A

использовалась библиотека параллельных вычислений Parallel Programming Library в составе RAD Studio.

Для тестирования была использована блочная модель месторождения из стандартной библиотеки моделей MineLib [4], предназначенной для решения задач открытой разработки полезных ископаемых.

Тесты показали (рисунок 1), что метод LLHQ (верхняя метка с очередью по приоритету) является серьезной альтернативой методу LG, поскольку дает в результате такие же по конфигурации контуры конечных карьеров, как и метод LG, однако существенно более производительный, особенно на больших блочных моделях.



**Рис. 1.** Сравнение производительности методов оптимизации Лерчса-Гроссмана и Псевдопотока

По модели zuck\_medium из [4] время расчета конечного оптимального контура сократилось примерно на порядок. Для гигаблочных моделей сложных месторождений метод оказывается ещё более эффективным и производительным за счет сокращения опций настройки параметров, лучшего распараллеливания потоков извлекаемых блоков и, соответственно, уменьшения требуемого времени обработки.

## Литература

1. Васильев П. В., Михелев В.М., Петров Д.В. 2015. Оценка вычислительной сложности алгоритмов оптимизации границ карьеров в системе недропользования. Белгород, Издательство БелГУ: 110-120.
2. Ахо А.И., Хопкрофт Д., Ульман Д.Д. 2003. Структуры данных и алгоритмы.: Перв. с англ., М., Издательский дом "Вильямс", 384 (Alfred V. Aho, John E. Hopcroft, Jeffrey D. Ullman 2000. Data Structures and Algorithms, Addison-Wesley publishing company, London: 386)
3. Muir D.C.W. 2008. Pseudoflow, New Life for Lerchs-Grossmann Pit Optimisation. Spectrum Series, Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, 14: 97-104.
4. Espinoza D, Goycoolea M, Moreno E, Newman A. 2013. Minelib 2011: A library of open pit production scheduling problems. Ann. Oper. Res., 206(1): 93–114.
5. Hochbaum D.S. 2008. The Pseudoflow Algorithm: A New Algorithm for the Maximum-Flow Problem. Operations Research, 4: 992–1009.